

2012 m. fizikos olimpiados II turo uždavinių sprendimai
XII klasė

1. Planeta turi vieną nedidelį spindulio r mėnulį apskritiminėje orbitoje. Mėnulis visada atsisukęs į planetą ta pačia puse. Koks yra planetos ir mėnulio masių santykis M/m , jei esant mėnulio orbitos spinduliui R ant mėnulio paviršiaus laisvai gulintys objektai tampa nesvarūs?

Sprendimas

Mėnuliui skriejant spindulio R apskritimo orbita apie planetą, įcentrinės jėgos vaidmenį vaidina planetos gravitacijos jėga, t.y.

$$G \frac{Mm}{R^2} = m\omega^2 R, \quad (3 \text{ taškai})$$

čia G – gravitacijos konstanta, ω – mėnulio sukinosi aplink planetą kampinis greitis. Objektai tampa nesvarūs arčiausiai planetos esančiame mėnulio taške, kai

$$\frac{GM}{(R-r)^2} = \omega^2 (R-r) + \frac{Gm}{r^2} \quad (3 \text{ taškai})$$

Eliminavus kampinį greitį ω , iš lygčių randame

$$\frac{M}{m} = \frac{(R-r)^2 R^3}{r^3 (3R^2 - 3Rr + r^2)}. \quad (3 \text{ taškai})$$

Jei mėnulis mažas, jo spindulys taip pat mažas, lyginant su orbitos spinduliu. Tada paskutinėje formulėje atmetame narius su r skaitiklio ir vardiklio skliaustuose ir gauname paprastesnę išraišką:

$$\frac{M}{m} \approx \frac{R^3}{3r^3}. \quad (1 \text{ taškas})$$

2. Uždame inde yra $m_v = 1,0$ g vandenilio ir $m_d = 24,0$ g deguonies mišinys, kurio slėgis $p_0 = 200$ kPa. Įvykus šių dujų reakcijai susidarė vandens garai. Koks slėgis nusistovės inde, jį atšaldžius iki pradinės temperatūros, jei vandens garai nesikondensuoja?

Sprendimas

Masės m medžiagos, kurios molinė masė M , kiekis moliais lygus $\nu = \frac{m}{M}$. (1 taškas)

Iš pradžių inde yra $\nu_1 = \frac{0,0010}{0,0020} = 0,50$ molio vandenilio (1 taškas)

ir $\nu_2 = \frac{0,024}{0,032} = 0,75$ molio deguonies. (1 taškas)

Vyksta reakcija: $2H_2 + O_2 = 2H_2O$. (1 taškas)

Iš jos matyti, kad vandenilio reikia dvigubai daugiau molekulių, negu deguonies. Taigi, sunaudojamas visas vandenilis ir $0,5\nu_1 = 0,25$ molekulių deguonies. (1 taškas)

Tuomet susidaro $\nu_3 = \nu_1 = 0,50$ molio vandens ir lieka $\nu_4 = \nu_2 - 0,25 = 0,50$ molio deguonies. (1 taškas)

Jei indo tūris V , Mendelejevo ir Klapeirono lygtys prieš ir po reakcijos tokios:

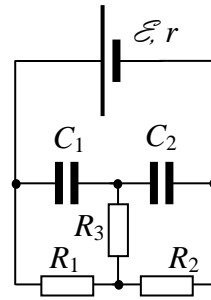
$$p_0 V = (\nu_1 + \nu_2) RT, \quad (1 \text{ taškas})$$

$$pV = (\nu_3 + \nu_4) RT. \quad (1 \text{ taškas})$$

Iš šių lygčių randame

$p = p_0 \frac{\nu_3 + \nu_4}{\nu_1 + \nu_2};$	$p = 2 \cdot 10^5 \frac{0,50 + 0,50}{0,50 + 0,75} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ (Pa)} = 160 \text{ (kPa)}.$	(2 taškai)
--	---	------------

3. Rasti kondensatorių įtampas U_1 , U_2 ir jų krūvius q_1 , q_2 sujungtoje grandinėje, kurios elementų parametrai nurodyti.



Sprendimas

Sujungtoje grandinėje per kondensatorius srovė neteka, todėl srovė neteka ir rezistoriumi R_3 . Taigi, šio rezistoriaus galuose potencialų skirtumas lygus 0, vadinasi, kondensatoriai C_1 ir C_2 turi tokias pat įtampas, kokias turi atitinkamai rezistoriai R_1 ir R_2 . (3 taškai)

Randame šias įtampas, pasinaudodami Omo dėsniumi.

Per rezistorius R_1 ir R_2 teka srovė, kurios stipris $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r}$. (2 taškai)

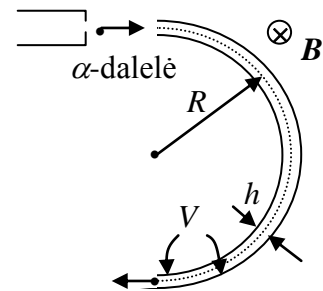
Tada rezistoriams R_1 ir R_2 tenka įtampos: $U_1 = \frac{\mathcal{R}_1}{R_1 + R_2 + r}$, $U_2 = \frac{\mathcal{R}_2}{R_1 + R_2 + r}$ (2 taškai)

Kondensatoriuje susikaupia krūvis $q = CU$ (1 taškas)

Taigi, kondensatoriuose C_1 ir C_2 susikaupia krūviai:

$$\boxed{q_1 = \frac{\mathcal{R}_1 C_1}{R_1 + R_2 + r}}, \quad \boxed{q_2 = \frac{\mathcal{R}_2 C_2}{R_1 + R_2 + r}}. \quad (2 \text{ taškai})$$

4. α -dalelės, pagreitinotos potencialų skirtumo $U = 5000 \text{ V}$, patenka į erdvę tarp dviejų metalinių puscilindrių elektrodų, tarp kurių atstumas $h = 1,0 \text{ cm}$. Puscilindriai turi bendrą ašį, jų spinduliai žymiai didesni už tarpą tarp jų. Puscilindriai yra vienalyčiame magnetiniame lauke, nukreiptame išilgai puscilindrių ašies (kryptis į brėžinį), o magnetinio lauko indukcija (srauto tankis) $B = 20 \text{ mT}$. Kokio poliškumo ir kokio dydžio įtampą V reikia prijungti prie puscilindrių elektrodų, kad dalelės judėtų spindulio $R = 50 \text{ cm}$ apskritimo trajektorija tarpu tarp puscilindrių? α -dalelės masė $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, elektrono krūvis $q = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



α -

Sprendimas

α -dalelė – tai dukart jonizuoti He atomai (He branduoliai), turinti dvigubą teigiamą elektrono krūvį. (1 taškas)

Kad α -dalelė judėtų spindulio R apskritimo trajektorija, įcentrinė jėga turi tenkinti

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{qV}{h} - qvB. \quad (3 \text{ taškai})$$

Vidinis elektrodas turi minusą. (2 taškai)

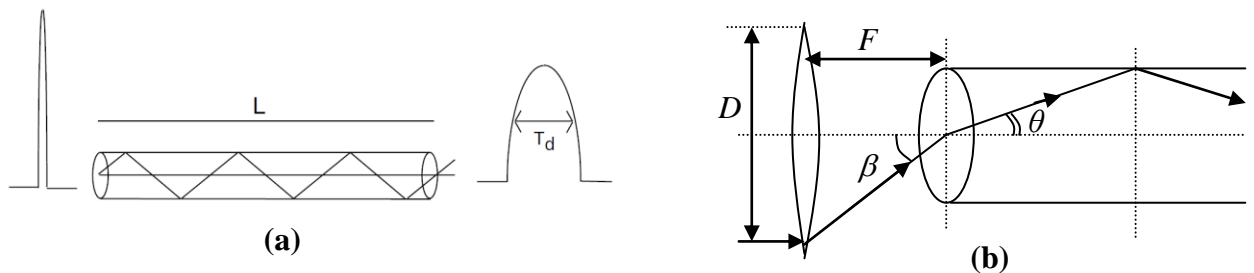
Greitį surandame iš greitinančios α -dalelės įtampas: $qU = \frac{mv^2}{2}$. (2 taškai)

Taigi, įtampa lygi $V = \frac{2Uh}{R} + Bh\sqrt{\frac{2qU}{m}} = 439 \text{ V}$. (2 taškai)

5. Labai trumpi pasikartojantys šviesos impulsai fokusuojami lęšių į šviesolaidį, kurio galas yra lęšio židinio plokštumoje. Koks gali būti maksimalus impulsų perdavimo šviesolaidžiu dažnis f , kad šviesolaidžio išėjime gretimi impulsai nepersiklotų? Šviesolaidžio ilgis $L = 100$ m., šviesolaidžio šerdies lūžio rodiklis $n_s = 1,44$, o apvalkalo lūžio rodiklis $n_a = 0,99n_s$. Lęšio židinio nuotolis $F = 5$ mm, lygiagrečių spindulių pluošto prieš lęšį skersmuo $D = 2,0$ mm, šviesos greitis ore $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s, impulsų trukmė šviesolaidžio įėjime daug mažesnė už jų pasikartojimo periodą.

Sprendimas

Braižome spindulių eigą [(a) dalyje bendras vaizdas, (b) – detalus spindulių kelias].



Už brėžinį

–

(1 taškas)

Laikas, per kurį šviesa sklinda šviesolaidžiu išilgai šviesolaidžio ašies $t_1 = \frac{n_s L}{c}$, (1 taškas).

Čia c - šviesos greitis vakuume. Laikas, per kurį šviesa sklinda šviesolaidžiu išilgai spindulio, sudarančio didžiausią kampą θ su šviesolaidžio ašimi, yra lygus $t_2 = \frac{n_s L}{c \cos \theta}$. (1 taškas)

Tada šviesolaidyje išplitusio impulso trukmė ir minimalus impulsų pasikartojimo periodas $T_d = t_2 - t_1 = \frac{n_s L}{c} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)$, o maksimalus impulsų pasikartojimo dažnis $f = \frac{1}{T_d}$. (1 taškas)

Didžiausią kampą su šviesolaidžio ašimi sudaro tie spinduliai, kurie yra į lęšį krentančio pluošto kraštuose. Tokie spinduliai į šviesolaidžio galą krenta kampu $\beta = \arctan\left(\frac{D}{2F}\right)$. (1 taškas)

Patekdami į šviesolaidį, spinduliai lūžta (žiūr. brėž. b), ir iš lūžio dėsnio

$$\sin \beta = n_s \sin \theta \quad (1 \text{ taškas})$$

randame didžiausią kampą $\theta = \arcsin\left(\frac{1}{n_s} \sin \beta\right)$. (1 taškas)

Panaudojus uždavinio sąlygoje duotas fizikinių dydžių skaitines vertes randame, kad kampas $\beta = 11,3^\circ$, o kampas $\theta = 7,82^\circ$. (1 taškas)

Tokį kampą su šviesolaidžio ašimi sudarantys spinduliai patiria visiškąjį vidaus atspindį nuo aplinkų ribos šerdis-apvalkalas, kadangi $90^\circ - \theta = 82,2^\circ$ yra daugiau už visiškojo vidaus atspindžio

kampą $\arcsin\left(\frac{n_a}{n_s}\right) = 81,9^\circ$. (1 taškas)

Kampui $\theta = 7,82^\circ$ impulsų pasikartojimo dažnis $f = \frac{c \cdot \cos \theta}{n_s L (1 - \cos \theta)} \approx 222$ MHz. (1 taškas)